ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 29 AOUT 1938.

PRÉSIDENCE DE M. Auguste BÉHAL.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

GÉOMÉTRIE. — *Sur l'équivalence des polyèdres réguliers.* Note (1) de M. **Henri Lebesgue**.

Deux polyèdres P et P′, ou deux systèmes de polyèdres, sont dits équivalents s'ils peuvent être considérés comme formés des mêmes morceaux polyédraux, en nombre fini, disposés de deux façons différentes. Il est clair que, pour que P et P′ soient équivalents, il faut qu'ils aient le même volume; mais ceci ne suffit pas, comme l'a prouvé M. Dehn. D'après cet auteur, si les arêtes et les dièdres de P et P′ sont désignés par l_i, l'_j, d_i, d'_j, à toute solution rationnelle L_i, L'_j du système complet des équations linéaires homogènes à coefficients entiers, que vérifient les l_i, l'_j, doit correspondre un nombre rationnel R, tel que l'on ait

$$\Sigma L_i d_i - \Sigma L'_i d'_j = R\pi,$$

pour qu'il puisse y avoir équivalence entre P et P′.

Les seules applications de ce résultat sont, à ma connaissance, celles, dues à M. Bricard et à M. Dehn, relatives au cas où P est un tétraèdre régulier et P′ un cube et au cas où, P étant un tétraèdre régulier, P′ est formé de deux tels tétraèdres. Dans mon Cours de l'an passé j'ai donné de nouvelles applications à des cas où P et P′ sont tous deux constitués de polyèdres réguliers.

Si les dièdres des cinq polyèdres réguliers (tétraèdre, hexaèdre etc.) sont représentés par T, H, O, D, I, on montre aisément qu'il n'y a entre

---

(1) Séance du 22 août 1938.

eux et π que les relations

$$T + O = \pi, \qquad 2H = \pi,$$

et leurs conséquences qui soient linéaires et à coefficients entiers.

Partant de là et du fait que les L_i, L'_j peuvent être supposés proportionnels sinon aux l_i, l'_j, du moins à des nombres aussi voisins qu'on le veut des l_i, l'_j, on voit facilement que, si $\mathcal{T}, \mathcal{O}, \mathcal{D}, \mathcal{I}; \mathcal{T}', \mathcal{O}', \mathcal{D}', \mathcal{I}'$ représentent les longueurs totales des arêtes des tétraèdres, octaèdres, dodécaèdres, icosaèdres constituant P et P′, pour l'équivalence on doit avoir

$$\mathcal{T} - \mathcal{O} = \mathcal{T}' - \mathcal{O}', \qquad \mathcal{D} = \mathcal{D}', \qquad \mathcal{I} = \mathcal{I}'.$$

D'où des énoncés plus particuliers comme ceux-ci : *Deux polyèdres réguliers ne sont équivalents que s'ils sont égaux. Un polyèdre régulier* P *ne peut être transformé par équivalence en un nombre fini de polyèdres réguliers p_i semblables entre eux que si tous les polyèdres* P *et p_i sont des cubes.*

Les conditions d'équivalence trouvées sont satisfaites pour le cas où, P étant un polyèdre régulier, P′ serait formé : 1° de polyèdres semblables à P et dont la longueur totale des arêtes est celle de P, 2° de cubes, de tétraèdres et d'octaèdres; les longueurs totales des arêtes de ces tétraèdres et de ces octaèdres étant égales. Si P est un cube, les polyèdres du 1° peuvent faire défaut. Je me suis demandé s'il existait effectivement de tels systèmes P′ équivalents à P. La réponse est positive si P est un tétraèdre, un cube ou un octaèdre; j'ignore ce que l'on doit répondre quand P est un dodécaèdre ou un icosaèdre.

En étudiant cette question j'ai rencontré un fait curieux, d'ailleurs très facile à apercevoir, c'est que les *seuls* polyèdres réguliers qui peuvent être subdivisés, disséqués en polyèdres réguliers sont les tétraèdres, les cubes et les octaèdres et que les *seules* subdivisions dont ils soient susceptibles s'obtiennent comme il suit : On divise toutes les arêtes du polyèdre primitif P en un même nombre de parties égales; par les points de division on mène des plans parallèles aux faces; on obtient ainsi des petits cubes si P est un cube, des petits tétraèdres et des petits octaèdres si P est un tétraèdre ou un octaèdre; enfin, par suppression de certaines faces, on groupe ces petits polyèdres partiels en cubes plus gros, dans le premier cas, en tétraèdres et octaèdres plus gros dans le second.

Ainsi, dans les seules subdivisions possibles, les polyèdres partiels ont leurs faces parallèles à celles du solide primitif et *les arêtes de tous les polyèdres partiels sont commensurables avec l'arête du polyèdre primitif.*

Au moment où les conditions de commensurabilité, rencontrées tout

d'abord par les chimistes, les cristallographes sous la forme de lois de rapports simples, tendent, avec la théorie des quanta, à prendre un caractère de grande généralité, il convient peut-être de signaler que de pareilles conditions de commensurabilité s'introduisent aussi, naturellement et nécessairement, dans des questions de géométrie pure. Celle qui vient d'être indiquée, relative à la géométrie dans l'espace a, bien entendu, son analogue en géométrie plane; dans l'une comme dans l'autre de ces géométries la remarque faite est généralisable; par exemple, on notera qu'un rectangle ne peut être subdivisé en carrés que si ses côtés sont commensurables entre eux et ils sont alors aussi commensurables avec les côtés des carrés partiels.

MÉTÉOROLOGIE. — *Méthode de calcul des coefficients caractérisant le trouble atmosphérique. Variations de ce trouble au voisinage de Shanghaï.* Note [1] de M. **Pierre Lejay**.

I. Supposons tout d'abord avec Angström qu'il existe dans l'air une dimension de particules diffusantes prépondérante; soient β/λ^a le coefficient d'absorption correspondant (a est 0,5 pour les gros sables de 3^μ; 4 pour les dimensions moléculaires); β, le nombre de poussières par centimètre cube.

Soient i_λ l'énergie reçue au sol par le couple de notre spectrographe [2] entre les longueurs d'onde λ et $\lambda + d\lambda$; I_λ l'énergie hors de l'atmosphère; k_λ le facteur de transmission du spectrographe; α/λ^4 le coefficient d'absorption correspondant à la diffusion moléculaire; ε celui des poussières de grande dimension par rapport à la longueur d'onde; δ et x le coefficient d'absorption et l'épaisseur effective de l'ozone; on a, hors des bandes d'absorption des autres gaz,

$$\log i_\lambda = \log k_\lambda + \log I_\lambda - \left(\frac{\alpha}{\lambda^4} + \frac{\beta}{\lambda^a} + \varepsilon + \delta x\right)\sec z. \tag{1}$$

Prenons un certain nombre de spectres par ciel pur, à diverses distances zénithales z du Soleil; lisons, pour les longueurs d'onde $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \ldots, \lambda_n$, les élongations du galvanomètre qui mesurent i_λ en unités arbitraires; portons sur un graphique, pour chaque λ, ces valeurs en fonction de $\sec z$; extrapolons la droite jusqu'à $\sec z = 0$; appelons A_λ l'ordonnée pour $z = 0$;

---

(1) Séance du 28 février 1938.

(2) *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 585, et *Zi-Ka-Wei, Notes de Météorogie physique*, fasc. VII.

les équations (1) deviennent

$$\frac{\beta}{\lambda^a} + \varepsilon = (A_\lambda - \log i_\lambda) \cos z - \frac{\alpha}{\lambda^4} - \delta x.$$

Le second membre ne renferme que des quantités connues ou mesurables par ailleurs. Posons donc

(2) $$\frac{\beta}{\lambda^a} + \varepsilon = B_\lambda.$$

Portons sur un second graphique les points représentatifs de $B_\lambda - \varepsilon$, en fonction de $1/\lambda$. Nous mesurons les énergies de 0,4 à 1^μ,9; de 2,5 à 0,5 pour $1/\lambda$. Les points s'alignent sur une courbe peu incurvée qu'on peut extrapoler jusque $1/\lambda = 0$; l'ordonnée à l'origine est ε.

Reportons la valeur trouvée dans les équations (2), écrites

$$\log \beta - a \log \lambda = \log(B_\lambda - \varepsilon).$$

Sur un troisième graphique (papier logarithmique) les valeurs de $\log(B_\lambda - \varepsilon)$ en fonction de $\log \lambda$ doivent se trouver sur une même droite dont la pente est a et dont l'ordonnée pour $\lambda = 1$ ($\log \lambda = 0$) est β.

Lorsqu'on a déterminé une fois pour toutes les valeurs de A_λ, à une époque déterminée, et qu'on a construit le tableau de leurs valeurs à toute époque de l'année (en ajoutant à la valeur trouvée le double de la différence des log de la distance de la Terre au Soleil aux deux époques), toutes les opérations se résument en quelques additions et dans le fait de placer des points sur des graphiques préparés et se font en quelques minutes.

II. Les mêmes procédés seraient applicables s'il existait plusieurs groupes de particules : on arriverait à des équations (2) de la forme

$$\frac{\beta_1}{\lambda^{a_1}} + \frac{\beta_2}{\lambda^{a_2}} + \ldots + \frac{\beta_n}{\lambda^{a_n}} = B_\lambda - \varepsilon,$$

qu'on peut résoudre facilement en donnant aux $a_1, a_2, \ldots, a_n$ des valeurs fixes, arbitraires, de 0,5 à 3 par exemple [1].

Ce travail n'est pas justifié si les $\log(B_\lambda - \varepsilon)$, déterminés indépendamment de toute hypothèse, s'alignent sur une droite en fonction de $\log \lambda$.

Or *tel est le cas général.* Dans les autres cas, il serait illusoire de vouloir faire passer dans leur voisinage une courbe régulière, comme cela devrait être si $\log(B_\lambda - \varepsilon)$ représentait le log d'une somme de coefficients. La dispersion des points est due évidemment à des variations de ε au cours des enregistrements (passage de brumes).

---

(1) H. Vexler, *Transactions Amer. Geophys. Union*, 1933, p. 99.

III. Pour diminuer le nombre de ces cas, où la précision obtenue pour ε, *a* et β est ainsi rendue médiocre, nous avons établi un dispositif automatique qui permet d'enregistrer en quelques secondes les énergies en huit longueurs d'onde déterminées : la fente mobile qui explore le spectre est arrêtée successivement par des butées. La rapidité de chaque expérience réduit d'autant les possibilités de changement de l'état du ciel et augmente considérablement la précision des résultats.

Les valeurs obtenues pour les coefficients du trouble atmosphérique sont données dans le tableau ci-dessous. Malheureusement, en raison des circonstances, les déterminations des valeurs de A pour le spectrographe modifié, après avril 1937, ne pourront être réduites que plus tard. Des premières valeurs (novembre 1936-mars 1937), il n'a pas été possible de tirer de conclusions positives au point de vue géophysique.

Date.	ε.	β.	*a*.	Date.	ε.	β.	*a*.
5 nov. 1936...	0,080	0,017	1,11	11 janv. 1937...	0,034	0,018	0,88
8 » ...	0,041	0,005	0,38	12 » ...	0,035	0,054	1,05
12 » ...	0,024	0,010	1,22	13 » ...	0,038	0,026	1,20
16 » ...	0,059	0,026	1,15	26 » ...	0,022	0,019	1,08
21 » ...	0,042	0,016	1,26	2 févr. 1937...	0,000	0,031	1,58
22 » ...	0,060	0,014	1,42	3 » ...	0,013	0,025	1,03
24 » ...	0,030	0,039	1,28	4 » ...	0,012	0,019	1,09
28 » ...	0,029	0,007	1,63	5 » ...	0,023	0,036	1,41
9 » ...	0,030	0,012	1,40	15 » ...	0,020	0,019	1,13
1 déc. 1936...	0,110	0,067	1,20	17 » ...	0,030	0,029	1,04
3 » ...	0,050	0,017	1,50	18 » ...	0,015	0,019	1,12
4 » ...	0,040	0,022	1,37	19 » ...	0,085	0,018	0,93
26 » ...	0,010	0,052	1,18	26 » ...	0,052	0,018	1,08
27 » ...	0,011	0,030	1,18	4 mars 1937...	0,090	0,015	0,96
28 » ...	0,010	0,062	1,09	5 » ...	0,025	0,010	0,53
2 janv. 1937...	0,018	0,041	1,02	9 » ...	0,064	0,049	1,00
3 » ...	0,030	0,009	0,62	26 » ...	0,046	0,021	0,79
10 » ...	0,028	0,024	1,26				

Par contre, du fait que les valeurs de $\log(B_\lambda - \varepsilon)$ sont, en général, fonction linéaire de $\log\lambda$, nous pouvons tirer une conclusion intéressante : comme il a été vu, on peut en déduire que le coefficient d'absorption a bien la forme proposée par Angström : les coefficients ε, β et *a* caractérisent bien le trouble atmosphérique, et *aucune autre expression que celle d'Angström ne peut représenter l'absorption correctement.* De plus, de ces mesures, faites avec une grande dispersion et en distinguant, mieux qu'on ne le fait d'ordinaire, les diverses causes d'absorption dans l'atmosphère, on

déduit une justification de l'hypothèse, faite par Angström, d'une dimension de particules prépondérante ou, tout au moins, on déduit que tout se passe, au point de vue de l'absorption, comme s'il y avait dans l'air une dimension de particules prépondérante, fait curieux que beaucoup de géophysiciens, et nous-même, avions quelque peine à admettre.

NOMINATIONS.

MM. **H. Vincent** et **L. Martin** sont désignés pour représenter l'Académie à la *Semaine internationale contre le Cancer*, organisée par l'Union internationale contre le Cancer, pour l'automne 1938.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Topobibliographie de la France par Maurice Duportet, avec la collaboration de : Henri Fougerol, J. Joussain du Rieu, René Vallet. *Indre*.

ALGÈBRE. — *Sur les séries de puissances univalentes dans le cercle unité.* Note [1] de M. **Alfred Rosenblatt**.

1. Considérons la fonction holomorphe impaire et univalente dans le cercle unité

$$f(z) = z + a_3 z^3 + \ldots + a_{2n+1} z^{2n+1} + \ldots. \tag{1}$$

Posons, avec MM. Grandjot et Szegö,

$$\begin{aligned} g(z) &= \{f(z^{-2})\}^{-\frac{1}{2}} \\ &= z(1 + a_3 z^{-4} + \ldots + a_{2n+1} z^{-4n} + \ldots)^{-\frac{1}{2}} = z + \frac{b_3}{z^3} + \ldots + \frac{b_{4n-1}}{z^{4n-1}} + \ldots. \end{aligned} \tag{2}$$

(1) Séance du 27 juin 1938.

On a l'inégalité de M. Bieberbach

$$(3)\qquad \sum_{1}^{\infty}(4n-1)\,|\,b_{4n-1}\,|^2\leq 1.$$

On a aussi l'égalité

$$(4)\quad f(z)=z\{1-2(b_3z^2+b_7z^4+\ldots+b_{4n-1}z^{2n}+\ldots)+3(b_3z^2+\ldots)^2-\ldots\}$$

qui conduit aux relations suivantes :

$$(5)\quad \begin{cases} a_3=-2b_3, \quad a_5=-2b_7+3b_3^2, \quad a_7=-2b_{11}+6b_3b_7-4b_3^3, \\ a_9=-2b_{15}+3b_7^2+6b_3b_{11}-12b_3^2b_7+5b_3^4, \quad \ldots. \end{cases}$$

Posons $\beta_n=|\,b_n\,|$,

$$f_3=2|\,\beta_3\,|, \qquad f_5=2\beta_7+3\beta_3^2, \qquad \ldots,$$
$$\varphi_{2n+1}=3\beta_3^2+\ldots+(4n-1)\beta_{4n-1}^2-1,$$
$$F_{2n+1}=f_{2n+1}-\lambda\varphi_{2n+1} \qquad (n=1,2,\ldots),$$

On a, pour les maxima des β_i, les relations

$$(6)\qquad \frac{\partial F_{2n+1}}{\partial\beta_3}=0, \qquad \ldots, \qquad \frac{\partial F_{2n+1}}{\partial\beta_{4n-1}}=0;$$

$$(7)\qquad \sum_{i,1}^{n}(4i-1)\beta_{4i-1}^2-1=0.$$

2. On sait (Levin) que l'on a

$$(8)\qquad |\,a_{2n+1}\,|<2^{\frac{1}{4}}.3^{\frac{1}{2}}.e^{\frac{1}{2}}=3,39\ldots;$$

$$(9)\qquad \text{Max}\,|\,a_5\,|=e^{-\frac{2}{3}}+\frac{1}{2}=1,013\ldots \qquad \text{(Fekete-Szegö)};$$

$$(10)\quad \begin{cases} \text{Max}\,|\,a_7\,|<1,25, \quad \text{Max}\,|\,a_9\,|<1,38, \quad \text{Max}\,|\,a_{11}\,|<1,70, \\ \text{Max}\,|\,a_{13}\,|<2,05, \quad \text{Max}\,|\,a_{15}\,|<2,46, \quad \text{Max}\,|\,a_{17}\,|<2,95 \qquad \text{(Levin)}. \end{cases}$$

Pour majorer $|\,a_7\,|$ nous avons les relations

$$(11)\quad \begin{cases} \dfrac{\partial F_7}{\partial\beta_3}=6\beta_7+12\beta_3^2-6\lambda\beta_3=0, \qquad \dfrac{\partial F_7}{\partial\beta_7}=6\beta_3-14\lambda\beta_7=0, \\ \dfrac{\partial F_7}{\partial\beta_{11}}=2-22\lambda\beta_{11}=0, \qquad 3\beta_3^2+7\beta_7^2+11\beta_{11}^2-1=0, \end{cases}$$

ce qui donne, en posant $\lambda^2=x$, l'équation de troisième degré

$$(12)\qquad 11\,319x^3-19\,943x^2-707x+891=0.$$

Cette équation a une racine contenue entre 0 et 3/7 qui fournit $\beta_3<0$,

et une racine entre 1 et 2. Plus précisément, on a

(13) $$1,75 < x < 1,80.$$

On a

(14) $$f_7 = 2\frac{3+80x+77x^2}{33\lambda(7x+3)}.$$

Remplaçant dans le numérateur x par 1,80 et dans le dénominateur x par 1,75 et λ par 1,32 on trouve

$$f_7 < 2\frac{249,48+144+3}{33.1,32.15,25} = \frac{792,96}{664,29} = 1,193\ldots.$$

On arrive donc à l'inégalité

(15) $$|a_7| < 1,194.$$

3. En posant $t = z^2$

$$f^2(z) = z^2(1+a_3z^2+\ldots+a_{2n+1}z^{2n}+\ldots)^2 = \varphi(t) = t + c_2t^2 + c_3t^3+\ldots,$$

on trouve les relations

(16) $$\begin{cases} c_2 = 2a_3, \quad c_3 = 2a_5 + a_3^2, \quad c_4 = 2a_7 + 2a_3a_5, \\ c_5 = 2a_9 + a_5^2 + 2a_3a_7, \quad c_6 = 2a_{11} + 2a_3a_9 + 2a_5a_7, \\ c_7 = 2a_{13} + a_7^2 + 2a_3a_{11} + 2a_5a_9, \quad \ldots. \end{cases}$$

Les inégalités de M. Levin et l'inégalité (15) donnent de suite

(17) $$|c_4| < 4,416,$$
(18) $$|c_5| < 6,177,$$
(19) $$|c_6| < 8,582,$$
(20) $$|c_7| < 11,74,$$

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *L'addition des variables aléatoires définies modulo un.* Note (¹) de M. Paul Lévy.

Définition. — Soit Γ une circonférence de longueur unité; soit X une variable aléatoire définie mod 1, représentant donc un point choisi au hasard sur Γ; soit X′ celle des abscisses curvilignes du point X de Γ qui appartient à un intervalle semi-ouvert $(\xi, \xi+1)$ $(\xi = x - 0$ ou $x + 0)$; soient μ' la

---

(1) Séance du 22 août 1938.

valeur probable de X', σ'^2 celle de $(X' - \mu')^2$ et $\sigma' \geq 0$. Quand ξ varie, σ' admet un minimum $\sigma\{X\}$, qui est l'*écart type* de X.

Lois stables. — Si, X et Y étant indépendants, X, Y et X + Y dépendent de la même loi, cette loi est dite stable. Il n'y a pas d'autres lois stables que celles que l'on obtient en répartissant la probabilité d'une manière uniforme, soit sur Γ, soit entre les p valeurs multiples de $1/p$ (p entier positif).

L'équation intégrale qui exprime cette propriété admet d'ailleurs des solutions non monotones, donc non utilisables pour le calcul des probabilités, que nous avons étudiées dans un mémoire destiné à un autre Recueil et dont cette Note est le résumé.

Séries à termes aléatoires indépendants. — Soient X_n le $n^{\text{ième}}$ terme, S_n la somme des n premiers termes, $\sigma_n = \sigma\{X_n\}$. Si la série $\Sigma\sigma_n^2$ est convergente, on peut déterminer des constantes a_n telles que la série $\Sigma(X_n - a_n)$ soit presque sûrement convergente; si la série $\Sigma\sigma_n^2$ est divergente, chacune des séries $\Sigma(X_n - a_n)$ est presque sûrement divergente.

Pour une étude plus approfondie, il faut distinguer trois cas.

Premier cas. — La série $\Sigma\sigma_n^2$ est divergente, et il en est de même, quel que soit l'entier p, des séries analogues obtenues en considérant les X_n comme des variables définies mod $1/p$. Alors chacun des coefficients de Fourier de la loi de répartition de S_n tend vers zéro pour n infini (sauf le terme constant); la loi dont dépend S_n tend donc vers la répartition uniforme.

Deuxième cas. — La série $\Sigma\sigma_n^2$ est divergente, mais il existe un entier $p > 1$ tel que la série analogue relative au mod $1/p$ soit convergente. Alors il y a quasi-convergence (c'est-à-dire convergence, à une constante additive près qui peut varier avec n) vers une répartition de période $1/p$ (en général non uniforme, mais qui peut l'être).

Troisième cas. — La série $\Sigma\sigma_n^2$ est convergente. La somme $\Sigma(X_n - a_n)$ dépend alors d'une loi déterminée, et il y a évidemment quasi-convergence de la loi dont dépend S_n vers cette loi [qui peut avoir une période $1/p (p > 1)$, ou même être uniforme, mais seulement dans des cas particuliers].

Puissances d'une loi donnée (²). — Si, pour cette loi, il n'y a que p' valeurs possibles, correspondant à certains sommets d'un polygone régulier à p côtés (en prenant pour p la plus petite valeur possible), il y a

(²) Nous désignons ainsi les lois dont dépendent les sommes S_n, lorsque tous les X_n dépendent de la même loi donnée.

quasi-convergence de la loi dont dépend S_n vers la loi donnant la probabilité $1/p$ à chacun des multiples de $1/p$. *Dans tous les autres cas, il y a convergence vers la répartition uniforme.*

L'arithmétique des lois de probabilité sur Γ. — Pour que le produit de deux lois soit la répartition uniforme sur Γ, il suffit qu'un des deux facteurs soit cette répartition uniforme; cela n'est pas nécessaire. Pour qu'un produit admette une période $1/p$ (p entier > 1), il suffit qu'un facteur ait cette période; cela n'est pas nécessaire.

Dans le groupe des lois pour lesquelles toutes les valeurs possibles sont multiples de $1/p$, pour qu'un produit soit la répartition uniforme entre ces p valeurs, il suffit qu'un des facteurs soit cette répartition; cela est nécessaire si $p = 2$ ou 3, mais ne l'est pas si $p > 3$.

Il existe une théorie des *lois indéfiniment divisibles* analogue à celle relative aux variables aléatoires définies sur une droite ([3]). Ces lois forment un groupe, dont les éléments constitutifs sont la *loi de Laplace-Gauss enroulée*, la *loi de Poisson enroulée* (avec un paramètre u, *amplitude du saut*), et la *loi-unité* (ne comportant qu'une valeur possible). Le théorème d'unicité de la décomposition, à l'intérieur de ce groupe, est le même que dans le cas de la droite.

Les lois de Poisson enroulées, pour lesquelles u a les valeurs $1/p$, $2/p$, ..., $1 - 1/p$, sont les éléments d'un groupe, dans lequel chaque loi est définie par $p - 1$ exposants non négatifs $\theta_1, \ldots, \theta_{p-1}$. Il s'agit de lois pour lesquelles les valeurs possibles sont multiples de $1/p$. Une loi donnée, n'ayant que ces valeurs possibles, étant définie par les logarithmes de ses coefficients de Fourier A_ν, en l'identifiant avec une loi quelconque du groupe considéré, on obtient un système linéaire en $\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_{p-1}$, à déterminant non nul. Pour que l'identification soit acceptable, il faut et il suffit qu'aucun des A_ν ne soit nul et que les valeurs trouvées pour les θ_h soient non négatives.

Pour que la loi donnée soit indéfiniment divisible, il faut et il suffit que la condition précédente soit vérifiée, soit pour cette loi elle-même, soit pour une de celle que l'on en déduit par l'addition d'une constante multiple de $1/p$. Si $p = 2$, il faut et il suffit que les probabilités des deux valeurs possibles soient différentes.

([3]) Pour la théorie des intégrales à éléments aléatoires indépendants, il y a au contraire d'importantes différences indiquées dans le Mémoire que nous ne faisons que résumer.

THÉORIE DES ENSEMBLES. — *Sur l'additivité de l'accumulatif.* Note de M. **Lelio I. Gama.**

1. Considérons une correspondance $[m, \gamma(m)]$ entre le point m variable dans un ensemble compact M d'un espace distancié, et un ensemble $\gamma(m)$, dont les éléments appartiennent aussi à une classe Γ métrique et compacte en elle-même. Nous représenterons par $\mathcal{A}_\gamma(m_0)$ l'accumulatif en m_0 de $\gamma(m)$ [1].

2. *A tout voisinage (ouvert) $\mathcal{A}_\rho$ de l'accumulatif $\mathcal{A}_\gamma(m_0)$ ($\mathcal{A}_\rho$ étant obtenu par la construction C. M. avec rayon ρ), correspond un voisinage V_{m_0} tel que, pour tout $m \neq m_0$ pris dans V_{m_0}, $\gamma(m)$ soit entièrement contenu dans $\mathcal{A}_\rho$.*

Supposons, en effet, qu'il existe un sous-ensemble infini N de M, ayant m_0 pour point d'accumulation, et dont chaque élément n vérifie la relation

$$(\Gamma - \mathcal{A}_\rho)\gamma(n) \neq 0.$$

Posons $g(n) = (\Gamma - \mathcal{A}_\rho)\gamma(n)$; on a $g(n).\mathcal{A}_\rho = 0$, donc, $\mathcal{A}_\rho$ étant ouvert,

$$(1) \qquad \mathcal{A}_\rho.\mathcal{A}_g(m_0) = 0.$$

D'un autre côté, on a $g(n) \subset \gamma(n)$, d'où $\mathcal{A}_g(m_0) \subset \mathcal{A}_\gamma(m_0)$, et, par suite,

$$(2) \qquad \mathcal{A}_g(m_0) \subset \mathcal{A}_\rho.$$

(1) et (2) sont contradictoires, car $\mathcal{A}_g(m_0) \neq 0$. On doit en conclure que, dans un V_{m_0} suffisamment restreint, il ne peut y avoir qu'un nombre fini de points m vérifiant la relation $(\Gamma - \mathcal{A}_\rho)\gamma(m) \neq 0$.

3. Sphère d'inclusion. — D'après ce théorème, à tout voisinage $\mathcal{A}_\rho$ de $\mathcal{A}_\gamma(m_0)$ correspond une infinité de voisinages $V_{m_0}(\alpha)$ ayant cette propriété : si $m \neq m_0$ appartient à $V_{m_0}(\alpha)$, $\gamma(m)$ est entièrement contenu dans $\mathcal{A}_\rho$. La borne supérieure α_ρ des rayons α définit un voisinage maximum, qui sera dit la *sphère d'inclusion de $\gamma(m)$ dans $\mathcal{A}_\rho$*.

4. Oscillation uniforme. — Soit $M = \Sigma N$ une décomposition donnée,

---

[1] G. Bouligand, *Mém. Soc. Roy. Sc. Liège*, 2e série, **33**, 1933, p. 67. Cette notion contient comme cas particulier *l'ensemble limite* considéré par nous (*Comptes rendus*, **207**, 1938, p. 30). En cette page, à la deuxième ligne, *au lieu de* L'ensemble L des points appartenant à $E(x)$, *il faut lire* L'ensemble L des points appartenant à $\overline{E}(x)$.

finie ou infinie, de M en des sous-ensembles N, dont chacun a le point d'accumulation m_0. Sur chaque N, définissons un ensemble $g(m)$ par la condition d'y être identique à $\gamma(m)$. Les accumulatifs $\mathcal{A}_g(m_0)$ des $g(m)$ seront dits accumulatifs partiels de $\gamma(m)$. Soit α_ρ, $\rho > 0$, le rayon de la sphère d'inclusion d'un $g(m)$ dans le voisinage de rayon ρ, $\mathcal{A}(N, \rho)$, de l'accumulatif respectif, $\mathcal{A}_g(m_0)$. Alors nous dirons que $\gamma(m)$ a, au point m_0, une oscillation uniforme par rapport à l'ensemble des N, si, quel que soit $\rho > 0$, l'ensemble des α_ρ correspondant à la totalité des $g(m)$, a une borne inférieure *non nulle*, α_ρ^*. Le voisinage $\mathcal{V}_{m_0}(\alpha_\rho^*)$, désigné par S_ρ, sera dit sphère d'inclusion uniforme relative à ρ. Si l'on considère le voisinage de rayon ρ, A_ρ, de la *réunion* $\sum_N \mathcal{A}_g(m_0)$ des accumulatifs partiels, l'identité $A_\rho = \sum_N \mathcal{A}(N, \rho)$ fait voir, sous la condition d'uniformité, que, quel que soit $\rho > 0$, $\gamma(m)$ est entièrement contenu dans A_ρ pour tout $m \neq m_0$ pris dans S_ρ.

5. Additivité de l'accumulatif. — *Pour une décomposition donnée, finie ou infinie,* $M = \Sigma N$, *on a, au point d'accumulation* m_0,

$$\mathcal{A}_\lambda = \sum_N \mathcal{A}_g,$$

pourvu que les deux conditions suivantes soient vérifiées : 1° la réunion $\sum_N \mathcal{A}_g$ *des accumulatifs partiels est un ensemble fini ou fermé; 2°* $\gamma(m)$ *a, au point* m_0, *une oscillation uniforme par rapport à l'ensemble des sous-ensembles* N.

$N \subset M$ entraîne $\mathcal{A}_g \subset \mathcal{A}_\gamma$, donc $\sum_N \mathcal{A}_g \subset \mathcal{A}_\gamma$. Il reste à montrer que, si le point λ n'est pas un élément de $\sum_N \mathcal{A}_g$, il n'appartient pas à $\mathcal{A}_\gamma$. Comme $\sum_N \mathcal{A}_g$ est fini ou fermé, sa distance à λ est > 0; on peut donc fixer un voisinage V_λ de λ et un voisinage A_ρ de $\sum_N \mathcal{A}_g$, tels que $V_\lambda A_\rho = 0$. Pour tout m pris dans S_ρ, on aura $V_\lambda \gamma(m) = 0$, car, pour un tel point, $\gamma(m)$ est entièrement contenu dans A_ρ. Il s'ensuit que λ n'est pas un élément de l'accumulatif $\mathcal{A}_\gamma$.

MAGNÉTISME. — *Le point de transition λ de la susceptibilité magnétique du protoxyde de manganèse* MnO. Note [1] de MM. **Henri Bizette**, **Charles F. Squire** et **Belling Tsaï**, transmise par M. Aimé Cotton.

Nous nous sommes proposé d'étendre aux très basses températures les mesures de Tyler [2] sur la susceptibilité magnétique du protoxyde de manganèse. La méthode utilisée est celle de de Hass, Wiersma et Kramers [3], avec le dispositif qui a déjà servi à deux d'entre nous [4] pour la mesure de la susceptibilité magnétique de l'oxyde azotique liquide. L'échantillon utilisé sous forme de poudre amorphe a été préparé avec grand soin en décomposant par la chaleur dans un courant d'hydrogène l'oxalate de manganèse.

Les mesures effectuées entre la température ordinaire et 127° K sont concordantes avec celles de Tyler, la courbe représentant la susceptibilité magnétique en fonction de la température a la même allure que celle d'un sel paramagnétique ordinaire jusqu'au point de transition λ qu'indique la chaleur spécifique [5] et l'étude des rayons X [6].

Les mesures s'écartent au contraire de celles de Tyler entre 110° K et 71° K, la susceptibilité diminuant avec la température comme l'indique la courbe ci-contre.

Pour différentes températures la susceptibilité a été étudiée en fonction du champ. Au-dessus de T^0_λ la susceptibilité χ est indépendante du champ H; au-dessous de T^0_λ la susceptibilité croît avec le champ. Si l'on pose $\chi = \chi_0 + \chi_1 H$, la force qui s'exerce sur l'échantillon est égale à

$$p = S\rho \left[\frac{\chi_0 (H^2 - h^2)}{2} + \frac{\chi_1 (H^3 - h^3)}{3} \right],$$

d'où l'on tire la valeur de χ indiquée sur la figure ci-après.

L'ion Mn^{++}, étant dans l'état ^6S, n'a pas de moment angulaire orbital, le paramagnétisme est uniquement dû au spin. Au-dessus du point λ la susceptibilité obéit à la formule $\chi_M = C_M/(T - \theta)$ avec $C_M = 4{,}40$ et

(1) Séance du 22 août 1938.

(2) Tyler, *Physical Review*, 44, 1933, p. 776.

(3) *Physica*, 14, 1933, p. 1.

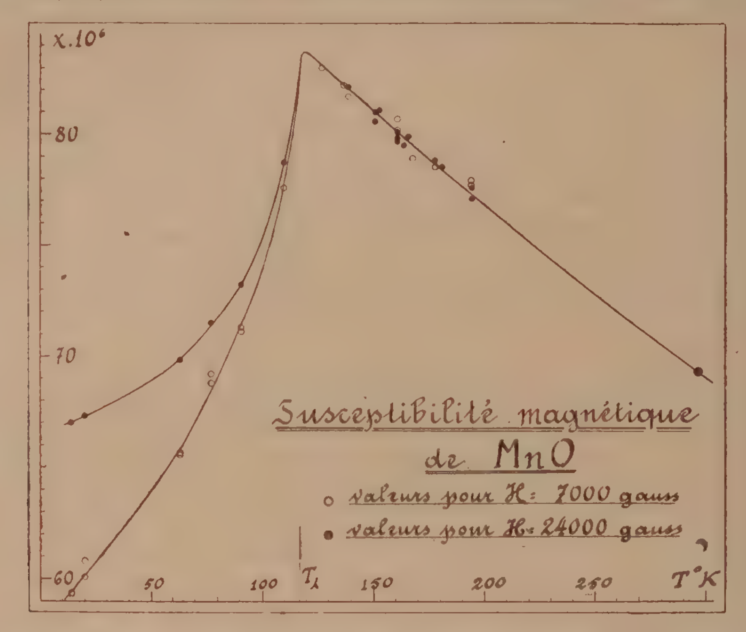
(4) H. Bizette et B. Tsaï, *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 1288.

(5) Millar, *J. Am. Chem. Soc.*, 50, 1928, p. 1875.

(6) Ruhemann, *Sow. Phys.*, 7, 1935, p. 590.

$\theta = -610°K$ ou $\chi_M = N\beta^2 . 4S(S+1)/3k(T-\theta)$ avec $S = 5/2$, le nombre de magnétons p_B étant égal à 5,95.

Pour expliquer les résultats obtenus au-dessous de T^0_λ on peut songer à



appliquer la théorie classique de l'antiferromagnétisme ([7]), c'est-à-dire à faire intervenir les forces d'échange qui, au-dessous du point λ, deviennent si grandes que le spin cesse d'être libre. Au-dessus du point λ cette force d'échange s'évanouit et le cristal se dilate, d'où le point de transition observé dans la chaleur spécifique. Néanmoins on reste embarrassé par le fait que le prolongement de la courbe coupe l'axe des susceptibilités très au-dessus de l'origine des coordonnées.

RAYONS X. — *Nouvelles mesures dans les spectres* K *de l'arsenic* (33), *du sélénium* (34) *et du brome* (35). Note ([1]) de Mlle **Marie-Louise Allais**, transmise par M. Jean Perrin.

On trouvera ci-dessous les résultats d'une analyse fine des émissions de dipôle des spectres K du brome, du sélénium et de l'arsenic.

([7]) Bitter, *Phys. Rev.*, 54, 1938, p. 79.

([1]) Séance du 22 août 1938.

Les raies K les plus fortes d'une série d'éléments plus légers que l'arsenic ont été mesurées assez récemment à l'aide du spectromètre à deux cristaux ([2]); pour quelques-uns d'entre eux H. Hulubei et Y. Cauchois ont montré ([3]) ([4]) ([5]) que l'emploi d'un spectrographe à focalisation permet de progresser dans la connaissance de ces spectres : détection de nouvelles raies faibles ou résolution d'émissions très voisines.

Ayant pu disposer d'un spectrographe à mica courbé utilisé par transmission, je me suis attachée, en particulier, à résoudre le doublet KM_{II} KM_{III} ($\beta_1 \beta_3$) des éléments cités. La séparation $\beta_1 \beta_3$ a été faite depuis longtemps pour les éléments du numéro atomique supérieur à 36 ([6]), puis pour le krypton lui-même ([7]) et plus récemment par H. Hulubei et Y. Cauchois ([4]) pour le cuivre (29), le gallium et le germanium ([5]) au cours des travaux mentionnés.

J'ai utilisé les plans $(\bar{2}01)$ d'un mica en deuxième ordre; pour le spectrographe, de 40^{cm} de diamètre employé, la dispersion est alors d'environ 5,9 u.x. par millimètre. Avec ce cristal la finesse des raies est suffisante pour que le doublet $K\beta_1 \beta_3$ des éléments étudiés soit en effet complètement résolu (la séparation des composantes est ici 0,5 u.x. environ).

Afin d'effectuer une mesure d'ensemble des trois spectres j'ai superposé aux émissions à étudier (en deuxième ordre) les spectres K des éléments suivants, simultanément excités : Fe et Mn (premier ordre); Rb (deuxième ordre); Rh, Ru et Mo (troisième ordre). Le brome était à l'état de KBr, le manganèse à l'état de MnO^2. Excitation cathodique sous 35 à 40 kV.

Pour le plan réticulaire interne, presque normal aux faces de la lame, employé ici, la correction de Bragg est négligeable. A la précision de mes mesures, c'est à dire au cent-millième, les nombres donnés par Edlen pour As, Se et Br $K\alpha_1$, α_2 sont bien cohérents avec les valeurs les plus récentes connues pour les longueurs d'onde $K\alpha$ de Ru, Rb (d'après Edlen *loc. citée*), Mo [d'après Larsson([8])] et Rh [d'après Elg([9])].

Avec les mêmes références j'ai obtenu pour les raies $K\beta$ de dipole des trois atomes étudiés les valeurs rapportées dans le tableau parallèlement à

([2]) J. A. Bearden et C. H. Shaw, *Phys. Rev.*, 48, 1935, p. 18.
([3]) H. Hulubei, *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 544.
([4]) H. Hulubei, *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 440.
([5]) Y. Cauchois, *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 1359.
([6]) Voir le Traité de Siegbahn, *Spektroskopie der Röntgenstrahlen*, 2te Aufl., 1931.
([7]) Y. Cauchois et H. Hulubei, *Comptes rendus*, 197, 1933, p. 681.
([8]) A. Larsson, *Phil. Mag.*, 7e série, 3, 1927, p. 1136.
([9]) S. Elg, *Zeits. f. Phys.*, 106, 1937, p. 315.

celles de Edlen. On y remarquera des écarts non négligeables pour certaines raies, ainsi qu'une détermination, pour la première fois je crois, des longueurs d'onde de $K\beta_3$ pour ces éléments. La dernière colonne du tableau indique les séparations des niveaux M_{II} et M_{III} d'une part, $N_{II,III}$ et M_{III} d'autre part, à l'aide des émissions observées.

		D'après Edlen.	D'après l'auteur.		
		$\lambda_{u.x.}$	$\lambda_{u.x.}$	ν/R.	$\Delta\nu/R$ à β.
(33) As	β_3	–	1055,64	863,24	— 0,42
	β_1	1055,099	1055,13	863,66	0
	β_2	1042,807 ([a])	1042,87	873,81	+10,15
(34) Se	β_3	–	990,62	919,90	— 0,46
	β_1	990,131	990,12	920,36	0
	β_2	997,912 ([a])	997,88	931,88	+11,52
(35) Br	β_3	–	931,34	978,45	— 0,51
	β_1	930,870	930,85	978,96	0
	β_2	918,528 ([a])	918,58	992,04	+13,08

([a]) Relativement à β_1.

GÉOPHYSIQUE. — *Sur la structure interne du Globe et la genèse des Continents et des Océans*. Note ([1]) de M. **Alexandre Dauvillier.**

I. Daubrée a suggéré que les météorites pouvaient nous donner une idée de la structure interne du Globe. Utilisant les statistiques de Farrington se rapportant à près de 500 analyses chimiques, nous avons tenté de préciser cette relation et avons obtenu les résultats suivants :

Le noyau central de ferro-nickel (11 pour 100 Ni) représente les trois quarts de la masse totale et son volume est égal à celui de la scorie de silicates. Celle-ci a donc 1300^{km} d'épaisseur. L'étude de la radioactivité des roches et des météorites montre que ce noyau est cent fois moins actif que l'écorce terrestre. Celle-ci est alors seule responsable de la chaleur interne. Si l'on admet une température limite de 1200°C, le sima et le noyau sont enfermés dans un *four* isotherme de sial porté à cette température et, n'étant pas fondus, n'y sont soumis à aucune pression hydrostatique. La densité du noyau ($d = 8$) est alors constante dans toute sa masse. La densité moyenne du Globe, calculée d'après la statistique, est égale à 5,57 ([2]).

([1]) Séance du 22 août 1938.

([2]) Ce résultat s'accorde complètement avec celui obtenu par Éd. Roche en 1881 et basé sur des considérations mécaniques et astronomiques.

Si l'on attribue au sima la composition des météorites pierreuses, son épaisseur est de 1120^{km}. Sa densité ($3,0 < d < 3,4$) et sa basicité décroissent à partir du noyau où elles sont maxima (péridot). Le sial restant a une épaisseur de 180^{km}, sa densité ($2,8 < d < 3,0$) et sa basicité varient dans le même sens. On peut le schématiser par une écorce granitique acide de 60^{km} d'épaisseur flottant sur le magma basaltique pâteux. Il y a probablement, en réalité, continuité entre le sial et le sima.

II. Pendant le refroidissement du Globe, l'écorce granitique, légère et réfractaire, s'est solidifiée la première. Le réseau polygonal disloqué, observé sur la Lune par P. Puiseux, peut avoir eu pour origine des tourbillons de Besnard. L'évolution du sial a eu la même histoire sur notre Globe et son satellite. Celui-ci présente une douzaine d'aires circulaires, uniformément déprimées de quelques kilomètres, totalisant le tiers de la surface visible, soit probablement les 2/3 de la surface totale. Ces *mers* bordées de fosses marginales et de remparts circulaires concentriques, possèdent des pitons centraux liés à des fractures radiales. Puiseux a montré que ces aires, d'abord soulevées par l'évolution chimique du magma, s'étaient fracturées, puis affaissées et partiellement recouvertes d'épanchements basaltiques. La réduction de volume correspond à la perte de composés volatils (B^2O^3, CS^2, NH^4Cl, etc.) et à la contraction du magma par refroidissement jusqu'à 1200°.

Or ces caractères sont exactement ceux de la surface terrestre. Ses deux niveaux principaux ($+0^{km},8$ et $-3^{km},7$) sont bien connus et les fosses océaniques ont précisément la structure des mers lunaires.

La concordance est particulièrement remarquable pour le Pacifique. Cette aire circulaire, de rayon voisin de celui du Globe, est uniformément déprimée de 4 à 5^{km} et possède des fosses marginales de profondeur double. La bordure a la même structure que les sillons annulaires internes (Philipines, Yap, Guam, Honolulu). Le soulèvement, suivi d'affaissement, s'est donc répété sur des aires décroissantes. L'épanchement basaltique a tellement noyé l'écorce granitique effondrée que la séismologie ne la retrouve plus.

Notre Globe, encore incandescent, possédait ainsi cinq *mers lunaires*, qui sont devenues les berceaux des Océans Pacifique, Indien, Atlantique Nord et Sud et Arctique. L'atmosphère était, à cette époque, formée d'hydrogène et d'hélium. La température s'abaissant, le reliquat d'hydrogène réduisit les oxydes des métaux ferreux du sial en formant de la vapeur d'eau qui, à sa température critique, s'est condensée en un océan érodant complètement

le relief *lunaire*. Notre satellite, ayant perdu tout son hydrogène (Stoney), n'a jamais possédé d'océans, donc jamais de vie organique, et a conservé ce relief.

Il s'est trouvé que le volume de cet océan était un peu moindre que celui des *mers*, soit 1/1000e de celui du Globe. La *panthalassa* de Suess n'a donc pu avoir lieu. Les fractures circulaires et radiales sont devenues le lieu de phénomènes volcaniques et sismiques, qui ont forgé un nouveau relief, comme le montrent la ceinture continue de volcans du Pacifique et le seuil Atlantique. Enfin, le recouvrement basaltique des fosses océaniques rend compte de la dissymétrie du magnétisme terrestre (Magnétarium de Wilde), et de la pesanteur sur les océans.

III. Cette conception aboutit donc à la théorie de la permanence (Willis) des continents et des océans et exclut la théorie de Wegener aussi bien que celle des hypothétiques *ponts continentaux* (3) disparus (Atlantide, Gondwana, etc). La dérive des socles continentaux, confinée à l'époque de la formation des *mers* n'a jamais excédé 30km sur la Lune (Puiseux) et s'est bornée, sur la Terre, à des effets secondaires tels que le détachement de l'Arabie de l'Afrique ou du Groenland de l'Amérique. Mais, si les continents n'ont pu dériver les uns par rapport aux autres, toute l'écorce terrestre a pu, avec une extrême lenteur, dériver sur le magma vitreux, par rapport aux axes de rotation et géomagnétique. Ce mouvement, suivi par le renflement équatorial et dû aux forces lunisolaires, rend compte des variations de climat subies par les diverses régions du Globe et peut persister de nos jours.

Ces résultats, de même qu'une théorie statistique de l'apparition de la vie, seront développés dans un autre Recueil.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur l'échinochrome et le spinochrome.* Note (1) de M. **Edgar Lederer** et Mlle **R. Glaser**, transmise par M. Maurice Javillier.

I. *Échinochrome* est le nom donné par MacMunn (2) au pigment rouge des corpuscules de sang (elæocytes du liquide périviscéral) de l'oursin

---

(3) Ces *ponts* n'ont pu exister que selon les pourtours des *mers* comme, par exemple, entre l'Amérique du Sud et l'Australie, en suivant l'Antarctique.

(1) Séance du 8 août 1938.

(2) *Quart. Journ. Microsc. Sci.*, 25, 1885, p. 469.

Strongylocentrotus lividus. McClendon (³) découvrit le même colorant dans les œufs et la carapace de l'oursin *Arbacia punctulata*. Cannan (⁴) a trouvé qu'il possède un potentiel d'oxydo-réduction bien défini, et Vlès et Vellinger (⁵) en ont décrit les changements de couleur et de spectre d'absorption à différents pH; ils l'avaient extrait des œufs d'*Arbacia æquituberculata* et nommé arbacine.

Aucun de ces auteurs n'a eu cependant en main le pigment cristallisé.

Nous avons obtenu l'*échinochrome cristallisé* par la méthode suivante :

Les ovaires d'*Arbacia æquituberculata* Bl., colorés en violet foncé, cèdent facilement leur pigment à l'acétone aqueuse à 80 pour 100 acidifiée par 1 pour 100 d'acide acétique. On évapore l'acétone et agite le résidu aqueux avec de l'éther de pétrole qui ne dissout que peu de pigment. On reprend ensuite le pigment par l'éther éthylique; on lave cette solution à l'eau et en extrait l'échinochrome en l'agitant avec une solution aqueuse de bicarbonate de sodium, qui se colore en brun foncé. Après acidification on reprend l'échinochrome par l'éther, lave cette solution à l'eau et la sèche avec du sulfate de sodium. On la filtre ensuite à travers une colonne de carbonate de calcium qui adsorbe l'échinochrome sous forme d'une large zone brune. On sépare cette zone, dissout le carbonate de calcium avec de l'acide chlorhydrique dilué et reprend le pigment par l'éther. Après évaporation à sec le résidu se sublime dans le vide profond sous forme de cristaux rouge foncé étincelant. Le rendement des ovaires d'un animal est de 1 à $1^{mg},5$.

Propriétés physiques. — L'échinochrome cristallise de sa solution toluénique sous forme d'aiguilles rouge foncé fondant à 220°. Son spectre d'absorption présente trois bandes, situées à 526, 490, $456^{m\mu}$ (dans $CHCl^3$) et à 531, 495, $461^{m\mu}$ (dans CS^2). Les cristaux sont facilement solubles dans l'alcool, l'éther, l'acétone, peu solubles dans le toluène et le chloroforme à froid; insolubles dans l'éther de pétrole et dans l'eau.

Propriétés chimiques. — L'échinochrome ne contient ni azote, ni soufre, ni halogène. Sa formule brute est $C^{12}H^{10}O^7$ (calculé C °/₀ 54,12; H °/₀ 3,80; trouvé C °/₀ 54,46; 54,37; 54,32; H °/₀ 4,12; 3,99; 4,18; poids moléculaire calculé 266,1; trouvé 265,7). Quatre atomes d'hydrogène réagissent avec le réactif de Grignard (trouvé 4,02, 3,89 molécules de méthane). Deux de ces quatre atomes d'hydrogène sont acides. L'échinochrome se comporte en effet comme un acide dibasique (déterminé par titration potentiométrique). Comme il donne avec $FeCl^3$ une coloration verte, nous pensons que l'acidité n'est pas due à la présence de groupes carboxyles, mais plutôt de deux groupes phénoliques (ou éno-

(³) *Journ. Biol. Chem.*, 11, 1912, p. 435.

(⁴) *Biochem. Journ.*, 21, 1927, p. 184.

(⁵) *Bull. Inst. Océanogr.*, n° 513, 1928, p. 1; *Arch. Phys. Biol.*, 6, 1928, p. 239.

liques). Il n'y a pas de groupes alkoxyles; la méthode de Kuhn-Roth ([6]) indique la présence de deux groupes méthyles aromatiques (trouvé 1,23 molécule d'acide acétique).

L'échinochrome est instantanément réduit par l'hydrosulfite et se recolore rapidement à l'air, comme l'a déjà constaté Cannan ([4]).

II. *Spinochrome*. — A l'occasion d'un travail sur les caroténoïdes de *Strongylocentrotus lividus*, l'un de nous a obtenu à l'état cristallisé le pigment des épines violettes de cet oursin ([7]). Moore ([8]) mentionne un travail non publié de Stern qui a isolé des cristaux de ce pigment qu'il appelle échinorubine.

Nous avons trouvé que le pigment des épines violettes de *Strongylocentrotus lividus*, purifié par une méthode analogue à celle décrite ci-dessus, est un mélange d'au moins deux colorants que l'on peut séparer par adsorption chromatographique sur le carbonate de calcium. Une zone brune, inférieure, donne de l'*échinochrome* cristallisé; une zone bleu violet, supérieure, donne, après élution et sublimation dans le vide, un nouveau pigment que nous appelons *spinochrome*.

Propriétés physiques. — Le spinochrome cristallise à partir de l'éther sous forme de prismes violets, presque noirs, qui fondent vers 185° et présentent trois bandes d'absorption situées à 581, 538, $496^{m\mu}$ (dans $CHCl^3$) et à 595, 548, $507^{m\mu}$ (dans CS^2). Ils sont solubles dans les solvants organiques sauf l'éther de pétrole, insolubles dans l'eau.

Propriétés chimiques. — Le spinochrome ne contient ni azote, ni halogène, ni alkoxyle. Sa formule brute est $C^{12}H^{10}O^8$ (calculé C °/₀ 51,05; H °/₀ 3,58; trouvé C °/₀ 51,19; H °/₀ 3,72; poids moléculaire calculé 282,1; trouvé 270). Il y a 5 atomes d'hydrogène actif et le même nombre de groupes méthyle que dans l'échinochrome (trouvé 1,33 molécule d'acide acétique). Le spinochrome est, comme l'échinochrome, décoloré par l'hydrosulfite et se recolore à l'air.

Le résultat de ces analyses préliminaires permet de croire que le spinochrome dérive de l'échinochrome par la substitution d'un groupe hydroxyle à un atome d'hydrogène.

La séance est levée à $15^h 10^m$.

A. Lx.

([6]) Pregl-Roth, *Lehrbuch der Mikroanalyse*, 1937.

([7]) *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 300; *Thèse doct. ès Sc.*, Paris, 1938; *Bull. Soc. Chim. Biol.*, 20, 1938, p. 567.

([8]) *Journ. Mar. Biol. Ass.*, 21, 1937, p. 711.